

II Горностайская математическая олимпиада.

Первый тур. 22 мая 2014.

1. Во дворе стоит несколько сосен и фонарных столбов, между которыми натянуты бельевые верёвки. Каждая верёвка одним концом привязана к фонарному столбу, а другим - к сосне. Оказалось, что к каждой сосне привязано ровно две верёвки, а к каждому столбу - ровно 3. Во сколько раз сосен во дворе больше, чем фонарных столбов?
2. Каждый раз, когда европейцы стреляют из пушки ядром без предупреждения, турки отвечают двумя выстрелами. Каждый раз, когда турки стреляют ядром без предупреждения, европейцы отвечают пятью выстрелами. Сидя в окопе, барон Мюнхгаузен насчитал ровно 1000 ядер. Докажите, что он ошибся.
3. Ласка и горностай играют в такую игру: ласка разрезает квадрат 9×9 на полосы толщиной в одну клетку (с любыми натуральными длинами). После этого горностай выбирает любое число k от 1 до 9 и удаляет все полосы длины k . Какое наибольшее число клеток горностай гарантированно может удалить независимо от действий ласки?
4. В 2014 ящиках лежат шарики нескольких цветов. Известно, что в каждом ящике лежат шарики ровно двух цветов, а в любой паре ящиков находятся шарики ровно трёх цветов. Докажите, что найдется цвет, который есть во всех ящиках.
5. Дана доска 200×200 . В левой верхней клетке центрального квадрата 2×2 стоит 2015 фишек, а во всех остальных клетках доски - по 2014 фишек. За ход разрешается выбрать две фишки, находящиеся в одной клетке, и сдвинуть одну из них на клетку вверх или влево, а другую - на клетку вниз или вправо. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы в правой нижней клетке центрального квадрата стало 2015 фишек, а в остальных клетках доски - по 2014?
6. На листе бумаги отмечены 123456789 точек. Двое играют в следующую игру: каждый своим ходом соединяет две отмеченные точки линией. Запрещается соединять пару точек повторно. Проигрывает тот, после чьего хода из любой точки можно пройти в любую другую, двигаясь от вершины к вершине по проведённым линиям. Кто выигрывает при правильной игре, начинающий или его соперник?