VIII Горностайская математическая олимпиада.

Заочный Тур. 27 апреля — 18 мая 2017.

1. Назовем набор из четырех действительных чисел особым, если каждое из них в сумме с произведением остальных дает 2. Найдите все особенные наборы.

2. Из вершины C квадрата $ABCD$ провели луч, сонаправленный его диагонали BD, и отложили на нем отрезок CE равный стороне квадрата. Прямая BE пересекает сторону CD в точке T. Докажите, что прямая DE касается описанной окружности треугольника CTE.

3. Произведение трех вещественных чисел равно 8, а их сумма в четыре раз больше суммы обратных к ним чисел. Докажите, что по меньшей мере одно из них целое.

4. В каждую клетку бесконечной клетчатой плоскости записано одно из чисел 1, 2, 3 или 4, причем каждое число встречается по меньшей мере один раз. Может ли оказаться так, что для каждой клетки записанное в ней число равно количеству различных чисел, записанных в соседние с ней по стороне клетки?

5. На стороне BC треугольника ABC отметили точку P так, что вписанные окружности треугольников ABP и APC касаются в точке K. Прямая CK вторично пересекает вписанную окружность треугольника ABP в точке Q, лежащей на стороне AB. Докажите, что $AQ + AC = BQ + BC$.

6. Каждая сторона равностороннего треугольника разбита на 2017 равных отрезков, и через все точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбился на 2017^2 маленьких треугольников. Треугольники, расположенные между двумя соседними параллельными прямыми, образуют полоску. Какое наибольшее число маленьких треугольников можно отметить, чтобы никакие два отмеченных треугольника не принадлежали одной полоске (ни по одному из трех направлений)?

Для участия в олимпиаде необходимо не позднее 18 мая прислать решения предложенных задач на электронный адрес
dimkatr@yandex.ru

Подробные правила олимпиады можно найти на сайте
ermathclub.com