МММФ МГУ. ТЛ «Дважды Два». Школа 25. Горностайский математический кружок.

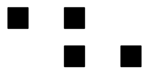
III Горностайская математическая олимпиада.

Второй тур. 22 декабря 2014.

1. На чертеже циркулем нарисовано несколько чертят, каждый из которых является либо черненьким, либо беленьким, а также либо чумазеньким, либо чистеньким. Общее количество чумазеньких чертят в полтора раза больше общего количества черненьких. А общее количество всех чертят, за исключением чистеньких беленьких, в два раза больше общего количества черненьких чумазеньких чертят. Кого среди черненьких чертят больше — чистеньких или чумазеньких? Во сколько раз?

2. Число $\frac{3}{2}$ является корнем многочлена $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Найдите хотя бы один корень многочлена $a_0x^4 + 3a_1x^3 + 9a_2x^2 + 27a_3x + 81a_4$.

3. В каждой клетке квадрата 2014×2014 записали по одному вещественному числу. Оказалось, что в каждом z–тетрамино



сумма чисел одна и та же. Докажите, что в каждом квадрате 2×2 сумма чисел также одна и та же.

4. Дан треугольник ABC с тупым углом при вершине B. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и BC пересекают сторону AC в точках E и F соответственно, а также пересекают друг друга в точке O. Докажите, что

$$\angle EBO = \angle FBO.$$

5. На столе в ряд лежат 2014 разноцветных камней. Горностай и ласка, делая ходы по очереди (начинает горностай), играют в следующую игру. За один ход разрешается поменять любые два соседних камня местами. Проигрывает тот, кто получит ранее встречавшееся расположение камней. Кто выиграет при правильной игре?

6. В лагерь приехали 100 школьников. Докажите, что можно найти двух школьников A и B и еще 25 других школьников так, что каждый из этих 25 школьников либо знаком и с A, и с B, либо не знаком ни с A, ни с B.